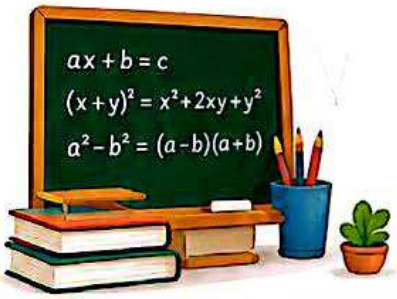
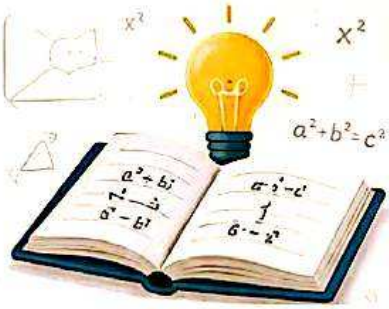


دليل شامل

قوانين الجبر

كل ما تحتاج معرفته في مكان واحد



1. قوانين العمليات الأساسية

(أ) قانون الإبدال

يمكن تغيير ترتيب الأعداد في الجمع أو الضرب

$$a + b = b + a$$
$$a \times b = b \times a$$

(ب) قانون التجميع

يمكن تغيير طريقة تجميع الأعداد

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$
$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

(ج) القانون التوزيعي

توزيع الضرب على الجمع أو الطرح

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$$
$$a \times (b - c) = a \times b - a \times c$$

(د) العنصر المحايد

إضافة الصفر أو ضرب الواحد لا يغير القيمة

$$a + 0 = a$$
$$a \times 1 = a$$

0/1

(هـ) المعكوس الجمعي والضربي

$$a + (-a) = 0$$
$$a \times \left(\frac{1}{a}\right) = 1 \quad , \quad a \neq 0$$

2. قوانين الأسس

1. ضرب قوى لها نفس الأساس
$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

2. قسمة قوى لها نفس الأساس
$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad , \quad a \neq 0$$

3. قوة لقوة
$$(a^m)^n = a^{mn}$$

4. قوة لـضرب
$$(a \times b)^n = a^n \times b^n$$

5. قوة لقسمة
$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad , \quad b \neq 0$$

6. أس سالب
$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad , \quad a \neq 0$$

7. أس صفري
$$a^0 = 1 \quad , \quad a \neq 0$$

ملاحظة مهمة

تطبق قوانين الأسس على الأعداد الحقيقية ما لم يُذكر خلاف ذلك.

3. التحليل والتبسيط

تحليل العامل المشترك

$$ax + ay = a(x + y)$$

فرق بين مربعين

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

مربع مجموع حدّين

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

مربع فرق حدّين

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

مجموع أو فرق مكعبين

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$
$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

4. المعادلات

(أ) المعادلة الخطية (درجة أولى)

$$ax + b = c \quad , \quad a \neq 0$$

خطوات الحل:

1. طرح b من الطرفين
2. قسمة الطرفين على a

$$x = \frac{c - b}{a}$$

(ب) المعادلة التربيعية (درجة ثانية)

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad , \quad a \neq 0$$
$$\Delta = b^2 - 4ac$$

- $\Delta > 0$ ← حلان حقيقيان حقيقيان
- $\Delta = 0$ ← حلٌ حقيقيٌ متكرر
- $\Delta < 0$ ← حلان تخيليان

الحلان:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

(ج) المعادلات القابلة للتحليل

إذا $ax^2 + bx + c = 0$

يمكن كتابتها على صورة $(px + q)(rx + s) = 0$

ثم نجعل كل عامل $= 0$

5. المتباينات (اللامساواة)

(أ) خصائص المتباينات

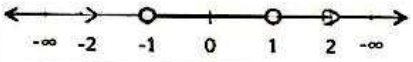
- إذا أضفنا أو طرحنا نفس العدد من الطرفين الاتجاه لا يتغير.
- إذا ضربنا أو قسمنا على عدد موجب الاتجاه لا يتغير.
- إذا ضربنا أو قسمنا على عدد سالب ينعكس الاتجاه.

(ب) حل المتباينات الخطية

$$ax + b > c$$

1. طرح b من الطرفين
2. قسمة الطرفين على a
3. تحديد الاتجاه حسب إشارة a

(ج) تمثيل الحل على خط الأعداد



○ دائرة مفتوحة (لا تشمل)

○ دائرة مغلقة (تشمل)

6. الكسور الجبرية

(أ) تبسيط الكسور الجبرية

تبسيط البسط والمقام بحذف العامل المشترك.

(ب) عمليات على الكسور الجبرية

1. الجمع أو الطرح

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$$

2. الضرب

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

3. القسمة

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

7. يتطابقات (المتطابقات)

تستخدم لتبسيط التعابير والتحقق من الحلول

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
- $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

8. تعابير كثيرة الحدود (Polynomials)

(أ) أكبر أسٌ للمتغير.

(ب) جمع وطرح كثيرات الحدود
نجمع أو نطرح الحدود المتشابهة فقط.

(ج) ضرب كثيرات الحدود
نستخدم التوزيع (التوزيعي).

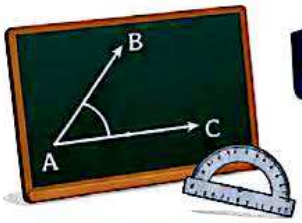
مثال تطبيقي سريع

$$(2x^2 + 3x)(x - 1)$$
$$= 2x^2(x - 1) + 3x(x - 1)$$
$$= 2x^3 - 2x^2 + 3x^2 - 3x$$
$$= 2x^3 + x^2 - 3x$$

نصائح ذهبية

- ✓ تدرب باستمرار
- ✓ افهم القوانين قبل الحفظ
- ✓ تحقق من خطوائك
- ✓ حل مسائل متنوعة

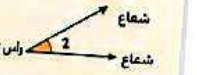
موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK



قوانين ونظريات الزوايا

دليل شامل لكل ما يتعلق بالزوايا في الهندسة

الزاوية:
هي شكل يتكون من شعاعين لهما نفس نقطة البداية تسمى رأس الزاوية



علاقات أساسية

- إذا كان $\angle A = \angle B$ فإن الزاويتين متطابقتان.
- إذا كان $\angle A + \angle B = 90°$ فهما متتامتان.
- إذا كان $\angle A + \angle B = 180°$ فهما متكاملتان.
- إذا كان $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$ فالزوايا تشكل مثلثًا.
- مجموع زوايا أي مضلع = $(n-2) \times 180°$
  حيث n عدد الأضلاع.
- مجموع الزوايا حول نقطة = $360°$

الوحدات المستخدمة في قياس الزوايا

°	(Degree)	°	دورة = $360°$
′	(Minute)	′	$1° = 60'$
″	(Second)	″	$1' = 60''$
rad	(Radian)	rad	دورة = 2π rad

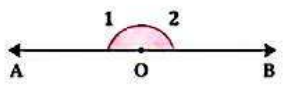
تحويلات مهمة

$180° = \pi$ rad $1 \text{ rad} = \frac{180°}{\pi}$

أنواع الزوايا حسب القياس

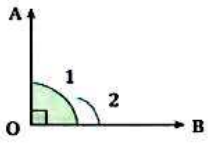
صفرية	$0°$	
حادة	$0° < \theta < 90°$	
قائمة	$\theta = 90°$	
منفرجة	$90° < \theta < 180°$	
مستقيمة	$\theta = 180°$	
منعكسة	$180° < \theta < 360°$	
كاملة	$\theta = 360°$	

1 الزوايا المتجاورة على خط مستقيم



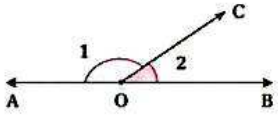
$\angle 1 + \angle 2 = 180°$

2 الزوايا المتتامة



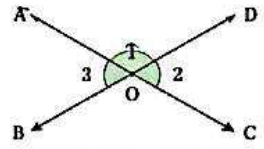
$\angle 1 + \angle 2 = 90°$

3 الزوايا المتكاملة



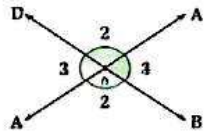
$\angle 1 + \angle 2 = 180°$

4 الزوايا المتقابلة بالرأس



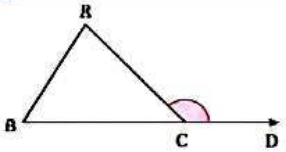
$\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$

5 الزوايا المتجاورة



زاويتان تشتركان في رأس وفي ضلع واحد فقط.

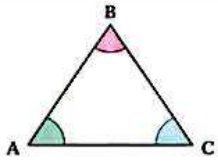
6 الزوايا الخارجية في المثلث



$\angle ACD = \angle A + \angle B$

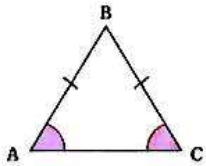
(تساوي مجموع الزاويتين الداخليتين البعيدتين)

7 مجموع زوايا المثلث



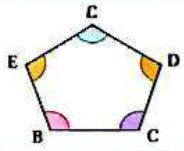
$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

8 زاويتان في مثلث متساوي الساقين



$\angle B = \angle C$

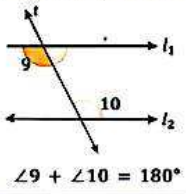
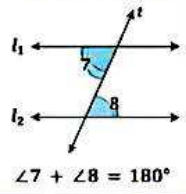
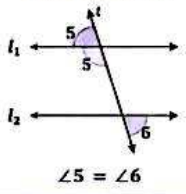
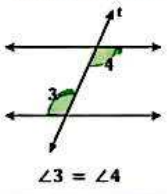
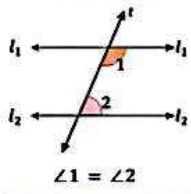
9 مجموع زوايا أي مضلع



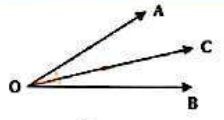
$(n-2) \times 180°$

حيث n عدد الأضلاع.

10 علاقات الزوايا في المستقيمات المتوازية

الزوايا الخارجية على جهة واحدة	الزوايا الداخلية على نفس الجهة	الزوايا المتبادلة خارجيا	الزوايا المتبادلة داخليا	الزوايا المتناظرة
				
$\angle 9 + \angle 10 = 180°$	$\angle 7 + \angle 8 = 180°$	$\angle 5 = \angle 6$	$\angle 3 = \angle 4$	$\angle 1 = \angle 2$

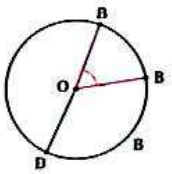
11 منصف الزاوية



إذا كان OC منصفاً للزاوية $\angle AOB$

$\angle AOC = \angle COB = \frac{1}{2} \angle AOB$

12 الزوايا في الدائرة

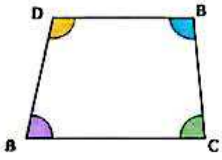


الزاوية المركزية
$\angle AOB$ تقابل القوس $\overset{\frown}{AB}$

الزاوية المحيطية
$\angle ACB$ تقابل القوس $\overset{\frown}{AB}$
وقياسها = نصف الزاوية المركزية

في نفس الدائرة أو على نفس القوس
الزاوية المحيطية المقابلة للقوس نفسه متساوية.

13 الزوايا في الشكل الرباعي



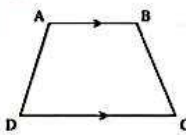
مجموع زوايا أي شكل رباعي = $360°$

في متوازي الأضلاع:
- الزوايا المتقابلة متساوية
- الزوايا المتجاورة متكاملة

في المستطيل: كل الزوايا = $90°$

في المعين: الزوايا المتقابلة متساوية

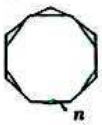
14 الزوايا في شبه المنحرف



في شبه المنحرف:
- الزاويتان المتحالفتان على نفس الضلع متكاملتان.

$\angle A + \angle D = 180°$
$\angle B + \angle C = 180°$

15 الزوايا في المضلع المنتظم



كل الزوايا الداخلية متساوية

قياس كل زاوية داخلية = $\frac{(n-2) \times 180°}{n}$

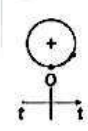
كل الزوايا الخارجية متساوية

قياس كل زاوية خارجية = $\frac{360°}{n}$

16 علاقات خاصة

- إذا كان $\angle B = \angle B$ و $\angle A = \angle B$ فإن $\angle A = \angle C$ (خاصية التعدي)
- إذا كان $\angle B$ و $\angle A$ متتامتين و $\angle A = \angle C$ فإن $\angle B = \angle C$
- إذا كان $\angle B$ و $\angle A$ متكاملتين و $\angle B = \angle C$ فإن $\angle B = \angle C$

17 الزوايا السالبة والزوايا الأكبر من 360°



الدوران عكس عقارب الساعة موجب (+)
الدوران مع عقارب الساعة سالب (−)

أي زاوية θ يمكن كتابتها على الصورة:

$\theta = \theta + 360°k$

حيث k عدد صحيح

ملخص سريع

مجموع زوايا المثلث $180°$
مجموع زوايا المضلع $(n-2) \times 180°$

المتتامة: مجموعها $90°$
المتكاملة: مجموعها $180°$

نصائح تذكر

- ارسم شكلا واضحا دائما.
- حدد نوع الزوايا أولا.
- استخدم العلاقات المناسبة لحل المسألة.
- تحقق من المعطيات المطلوبة.

إتقانك لقوانين الزوايا هو أساس فهم الهندسة

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

مركز الثقل للأشكال الهندسية
كافة القوانين والنظريات

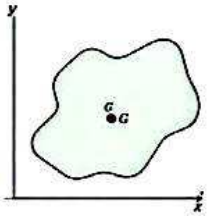
مفاهيم أساسية
- يرمز لمركز الثقل بالرمز G
- إحداثياته بالنسبة لمحورين متعامدين (x, y)
- للأشكال المنتظمة يتطابق مع مركز الهندسي
- يستخدم في حساب الاتزان وتوزيع الأحمال

هو النقطة التي يمكن اعتبار الوزن الكلي للجسم مركزا فيها. وعندها يكون الجسم في حالة اتزان.

القوانين العامة لمركز الثقل

مركز الثقل لمساحة مستوية

إذا كانت المساحة المستوية تتكون من عنصر مساحي صغير dA عند الإحداثيات (x, y)، فإن:



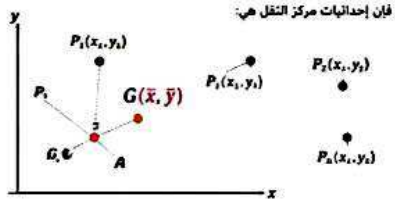
$$\bar{x} = \frac{1}{A}\int_A x\,dA \quad , \quad \bar{y} = \frac{1}{A}\int_A y\,dA$$

حيث A هي المساحة الكلية.

العزم الأول للمساحة:

$$Q_y = \int_A x\,dA = A\bar{x} \quad , \quad Q_x = \int_A y\,dA = A\bar{y}$$

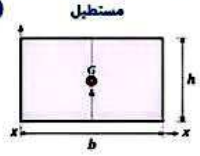
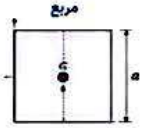
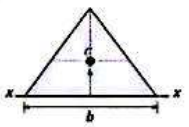
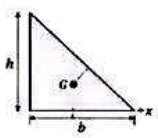
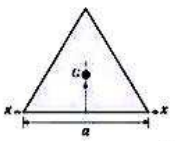
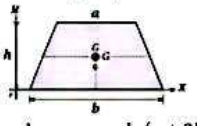
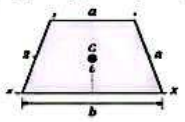
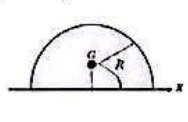
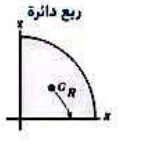
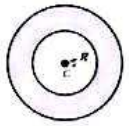
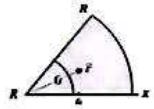
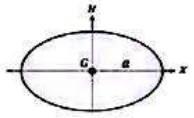
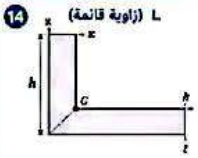
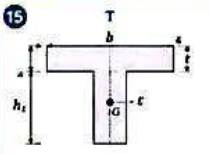
إذا كانت هناك مجموعة من النقاط كل منها له وزن (أو مساحة) W_i فإن إحداثيات مركز الثقل هي:



خواص مركز الثقل

1. مركز الثقل يقع دائماً داخل الشكل الهندسي (عدا الأشكال المجوفة في بعض الحالات).
2. إذا كان الشكل متماثل حول محور معين فإن مركز الثقل يقع على هذا المحور.
3. إذا كان الشكل متماثل حول محورين فإن مركز الثقل يكون عند نقطة تقاطع المحورين.
4. مركز الثقل لا يعتمد على طريقة تكوين الشكل وإنما على توزيع المساحة فقط.

1 مركز الثقل للأشكال الهندسية الشائعة (مساحات مستوية)

1 مستطيل	2 مربع	3 مثلث	4 مثلث قائم الزاوية	5 مثلث متساوي الأضلاع
				
$\bar{x} = \frac{b}{2}$, $\bar{y} = \frac{h}{2}$	$\bar{x} = \frac{a}{2}$, $\bar{y} = \frac{a}{2}$	$\bar{x} = \frac{b}{2}$, $\bar{y} = \frac{h}{3}$ (يقاس h من القاعدة)	$\bar{x} = \frac{b}{3}$, $\bar{y} = \frac{h}{3}$	$\bar{x} = \frac{a}{2}$, $\bar{y} = \frac{\sqrt{3}a}{6}$
6 شبه منحرف	7 شبه منحرف متساوي الساقين	8 (دائرة)	9 نصف دائرة	10 ربع دائرة
				
$\bar{x} = \frac{b}{2}$, $\bar{y} = \frac{h}{3}\frac{(a+2b)}{(a+b)}$ (a أعلى، b أسفل)	$\bar{x} = \frac{b}{2}$, $\bar{y} = \frac{h}{3}\frac{(a+2b)}{(a+b)}$	$\bar{x} = 0$, $\bar{y} = 0$	$\bar{x} = 0$, $\bar{y} = \frac{4R}{3\pi}$	$\bar{x} = \bar{y} = \frac{4R}{3\pi}$
11 حلقة دائرية (دائرة مجوفة)	12 قطاع دائري (زاوية بالراديان)	13 ناقص (مساحة)	14 L (زاوية قائمة)	15 T
				
$\bar{x} = 0$, $\bar{y} = 0$	$\bar{r} = \frac{4R\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}{3\theta}$	$\bar{x} = 0$, $\bar{y} = 0$	$\bar{x} = \frac{b^2t + th(b+\frac{t}{2})}{A}$, $\bar{y} = \frac{bt(\frac{t}{2}) + ht^2(\frac{t}{2})}{A}$, $A = bt + ht - t^2$	$\bar{x} = \frac{b^2t/2 + th_t(\frac{b}{2})}{A}$, $\bar{y} = \frac{bt(h_t+t/2) + th_t(h_t+\frac{t}{2})}{A}$, $A = bt + h_t t$

خواص التماثل

نوع التماثل	موقع مركز الثقل
تماثل حول محور y	$\bar{x} = 0$ (يقع على محور y)
تماثل حول محور x	$\bar{y} = 0$ (يقع على محور x)
تماثل حول المحورين	$\bar{x} = \bar{y} = 0$ (عند نقطة الأصل)
تماثل دوراني (منتظم)	في نقطة مركز الدوران

2 مركز الثقل للأشكال المركبة (طريقة التجميع والطرح)

ب) الطرح (وجود فراغات)

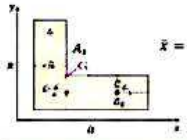
إذا كان الشكل يحتوي على فراغات (مساحات سالبة) فنحسب كالتالي:

$$\bar{x} = \frac{\sum A_i x_i - \sum A'_i x'_i}{A_{total}} \quad , \quad \bar{y} = \frac{\sum A_i y_i - \sum A'_i y'_i}{A_{total}}$$

حيث A'_i مساحات الفتحات (سالبة).

أ) التجميع (الجمع)

إذا كان الشكل مركب من عدة مساحات A_i ومراكز ثقلها (x_i, y_i) فإن مركز الثقل الكلي:



$$\bar{x} = \frac{\sum A_i x_i}{\sum A_i} \quad , \quad \bar{y} = \frac{\sum A_i y_i}{\sum A_i}$$

خطوات إيجاد مركز الثقل لشكل مركب

1. تقسيم الشكل إلى أجزاء بسيطة (مساحات معروفة).
2. حساب مساحة كل جزء A_i وإحداثيات مركز ثقله (x_i, y_i).
3. تحديد الإشارة: (لمساحات الإضافية موجبة $+$) (لمساحات المفرغة سالبة $-$).
4. تطبيق معادلات التجميع أو الطرح لإيجاد $(\bar{x}, \bar{y})$

ملاحظات مهمة

- جميع الأبعاد يجب أن تكون بنفس وحدة القياس.
- الزاوية θ في حسابات القطاعات تكون بالراديان.
- في الأشكال المركبة تأكد من الإشارة الصحيحة لكل جزء.
- مركز الثقل لا يتغير بتدوير الشكل أو نقله مكانياً.

العلاقة بين مركز الثقل والعزوم

العزم الإستاتيكي للمساحة حول المحاور يساوي:

$$Q_y = \int_A x\,dA = A\bar{x} \quad , \quad Q_x = \int_A y\,dA = A\bar{y}$$

حيث:
- A = المساحة الكلية
- Q_y = العزم الإستاتيكي حول محور x
- Q_x = العزم الإستاتيكي حول محور y

تطبيق مهم:

مركز الثقل يقسم كل خط يصل بين نقطتين في الشكل بنسبة تتناسب عكسيا مع المساحات.

إذا كانت النقطة G تقسم الربط بين نقطتين إلى نسبتي $AG : GB = m : n$. التمركز يحقق:

$$\frac{AG}{GB} = \frac{n}{m}$$

المركز الهندسي لأجسام ثلاثية الأبعاد (أجسام متجانسة)

الشكل	المركز الهندسي
مكعب (ضلعه a)	عند مركزه (تقاطع الأقطار)
متوازي مستطيلات (l, w, h)	عند تقاطع الأقطار الثلاثة
كرة (نصف قطر R)	عند مركز الكرة
أسطوانة قائمة (نصف قطر R، ارتفاع h)	على محور الأسطوانة في المنتصف
مخروط قائم (نصف قطر R، ارتفاع h)	على محور المخروط على بعد $\frac{h}{4}$ من القاعدة
هرم منتظم	على المحور على بعد $\frac{h}{4}$ من القاعدة

استخدامات مركز الثقل

- تحليل الاتزان والدعامات
- تصميم المنشآت والآلات
- حساب العزوم والانحناءات
- هندسة الطيران والبحار

فهم مركز الثقل أساس التحليل والتصميم الهندسي

أهم الصيغ بسرعة

$$\bar{x} = \frac{1}{A}\int_A x\,dA \quad , \quad \bar{y} = \frac{1}{A}\int_A y\,dA$$

$$Q_y = A\bar{x} \quad , \quad Q_x = A\bar{y}$$

تذكر دائماً

- ✓ التماثل يوفر الوقت
- ✓ قسم الشكل إلى البسيط
- ✓ استخدم الإشارات الصحيحة

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

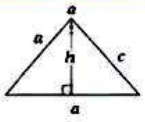
قوانين ونظريات الأشكال الهندسية

دليل شامل لكل الأشكال والقوانين والنظريات الهندسية

مفاتيح الرموز
- P : المحيط
- A : المساحة
- d : القطر
- r : نصف القطر
- h : الارتفاع
- a, b : للتساوي

1 الأشكال ثنائية الأبعاد (المستوية)

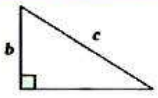
1-1 المثلث



$$P = a + b + c$$

$$A = \frac{1}{2} bh$$

1-2 المثلث القائم

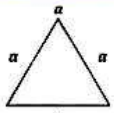


$$P = a + b + c$$

$$A = \frac{1}{2} ab$$

نظرية فيثاغورس: $c^2 = a^2 + b^2$

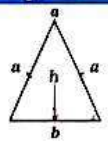
1-3 المثلث المتساوي الأضلاع



$$P = 3a$$

$$A = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

1-4 المثلث متساوي الساقين



$$P = 2a + b$$

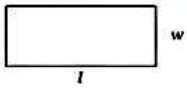
$$A = \frac{1}{2} bh$$

1-5 متوازي الأضلاع

$$P = 2(a + b)$$

$$A = bh$$

1-6 المستطيل



$$P = 2(l + w)$$

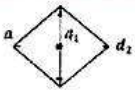
$$A = lw$$

1-7 المربع

$$P = 4a$$

$$A = a^2$$

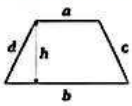
1-8 المعين



$$P = 4a$$

$$A = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

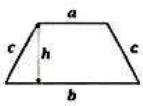
1-9 شبه المنحرف



$$P = a + b + c + d$$

$$A = \frac{1}{2}(a + b)h$$

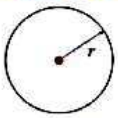
1-10 شبه المنحرف المتساوي الساقين



$$P = a + b + 2c$$

$$A = \frac{1}{2}(a + b)h$$

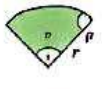
1-11 الدائرة



المحيط: $P = 2\pi r$

المساحة: $A = \pi r^2$

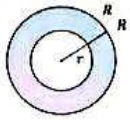
1-12 قطاع دائري



طول القوس: $s = r\theta$

المساحة: $A = \frac{1}{2} r^2 \theta$

1-13 حلقة دائرية



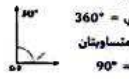
المساحة:

$$A = \pi(R^2 - r^2)$$

قوانين ونظريات عامة

1 الزوايا

- مجموع زوايا المثلث = $180°$
- مجموع زوايا أي شكل رباعي = $360°$
- الزاويتان المتقابلتان بالرأس متساويتان
- الزوايا المتتامة مجموعهما = $90°$
- الزوايا المتكاملة مجموعهما = $180°$

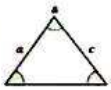


2 المثلثات

في أي مثلث: مجموع زواياه = $180°$

الضلع الأكبر يقابل الزاوية الأكبر

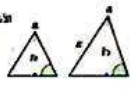
متباينة المثلث: مجموع أي ضلعين أطول من الثالث



3 التطابق والتشابه

الأشكال المتطابقة لها نفس الشكل والحجم

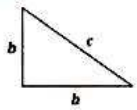
الأشكال المتشابهة لها نفس الشكل ونسب الأضلاع المتناظرة متناسبة



4 نظرية فيثاغورس

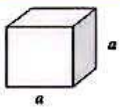
في المثلث القائم الزاوية:

$$c^2 = a^2 + b^2$$



2 الأشكال ثلاثية الأبعاد (المجسمة)

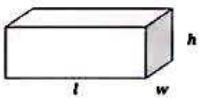
2-1 المكعب



المساحة الكلية: $S = 6a^2$

$$V = a^3$$

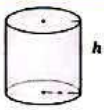
2-2 متوازي المستطيلات



$$S = 2(lw + lh + wh)$$

$$V = lwh$$

2-3 الأسطوانة



$$S = 2\pi r(r + h)$$

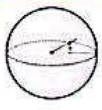
$$V = \pi r^2 h$$

2-4 المخروط

$$S = \pi r(r + l)$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

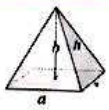
2-6 الكرة



$$S = 4\pi r^2$$

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

2-6 هرم قاعدته مربعة



$$S = a^2 + 2al$$

$$V = \frac{1}{3} a^2 h$$

2-7 مخروط مبتور

$$S = \pi(R + r)l + \pi(R^2 + r^2)$$

$$V = \frac{1}{3} \pi h(R^2 + Rr + r^2)$$

تحويلات هندسية

1 الإزاحة (الانتقال)

تحريك الشكل دون تغيير في الشكل أو الحجم

2 الانعكاس

- انعكاس الشكل حول خط مستقيم

3 الدوران

دوران الشكل حول نقطة ثابتة بزاوية معينة

4 التماثل

الشكل له خط تماثل يقسمه إلى نصفين متطابقين

5 التكبير والتصغير

تغيير حجم الشكل بنسبة معينة

قيم وتقريبات مهمة

π	≈ 3.14159
$\sqrt{2}$	≈ 1.41421
$\sqrt{3}$	≈ 1.73205
$\sqrt{5}$	≈ 2.23607
$\frac{1}{2}$	$= 0.5$
$\frac{\sqrt{2}}{2}$	≈ 0.70711

خصائص الزوايا في الأشكال

المثلث	• الزاويتان الداخليتان في أي مثلث = $180°$ • الزاوية الخارجية = مجموع الزاويتين الداخليتين غير المتجاورتين
المربع	• كل الزوايا = $90°$ • القطران متساويان ومتعامدان وينصف كل منهما الآخر
المستطيل	• كل الزوايا = $90°$ • القطران متساويان وينصف كل منهما الآخر
متوازي الأضلاع	• الزوايا المتقابلة متساوية • الزوايا المتجاورة متكاملة (مجموعها $180°$) • القطران ينصف كل منهما الآخر
المعين	• الأضلاع الأربعة متساوية • القطران متعامدان وينصف كل منهما الآخر • الزوايا المتقابلة متساوية
شبه المنحرف متساوي الساقين	• زاويتا القاعدة متساويتان • القطران متساويان

علاقات مهمة

1 نسبة التشابه

إذا كان الشكلان متشابهان بنسبة k :

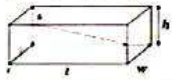
فإن نسبة المساحات = k^2

ونسبة الأحجام = k^2

2 نظرية فيثاغورس العامة (3D)

في المتوازي المستطيلات القائم:

$$d^2 = l^2 + w^2 + h^2$$



3 نظرية جيب التمام

في أي مثلث ABC:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

$$b^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

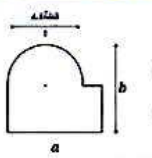
$$c^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

4 نظرية جيب التمام (للزوايا)

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

محيطات ومساحات مركبة

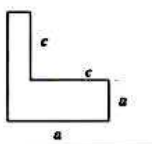
مثال 1



المحيط: $P = a + 2b + \pi r$

المساحة: $A = ab + \frac{1}{2} \pi r^2$

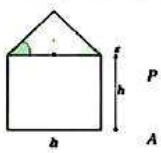
مثال 2



المحيط: $P = 2(a + b)$

المساحة: $A = ab + bc$

مثال 3



$$P = a + 2b + 2\sqrt{h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

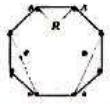
$$A = ab + \frac{1}{2} ah$$

نظريات ونقاط أساسية في الهندسة

نظرية الأقطار في المضلع

عدد أقطار مضلع أضلاعه n

$$\frac{n(n-3)}{2}$$



نظرية مجموع الزوايا في المضلع

مجموع زوايا مضلع عدد أضلاعه n

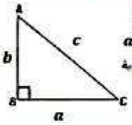
$$(n - 2) \times 180°$$

نظرية فيثاغورس العكسية

إذا كان في مثلث:

$a^2 + b^2 = c^2$

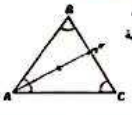
فإن المثلث قائم الزاوية



نظرية منصف الزاوية

منصف الزاوية في المثلث يقسم الضلع المقابل بنسبة الأضلاع المجاورة

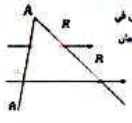
$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$$



نظرية طالس

إذا قطع حزمتان متوازيان ضلعين في مثل مثلث فإنهما يقسمان الضلعان القاطعين بنسبة متساوية

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

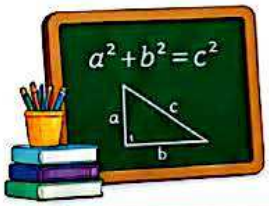


الممارسة المستمرة تجعل الهندسة سهلة وممتعة

- ✓ افهم الشكل جيدًا
- ✓ حدد المعطيات والمطلوب
- ✓ اختر القانون المناسب
- ✓ طبق بدقة لتحصل على الحل

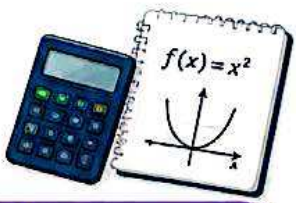
الهندسة لغة الأشكال ... وفهم القوانين هو مفتاح الحلول

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK



أساسيات القوانين الرياضية

دليل شامل لأهم القواعد والمعادلات الأساسية



1 العمليات الأساسية

+	الجمع	$a+b=b+a$
−	الطرح	$a-b=-(b-a)$
×	الضرب	$a\times b=b\times a$
÷	القسمة	$a\div b=\frac{a}{b},\ b\neq 0$

فوانين هامة

$$a+(b+c)=(a+b)+c$$

$$a\times(b\times c)=(a\times b)\times c$$

$$a\times(b+c)=a\times b+a\times c$$

$$a(b-c)=ab-ac$$

2 الأسس واللوغاريتمات

فوانين الأسس

- $a^m\times a^n=a^{m+n}$
- $a^m\div a^n=a^{m-n},\ a\neq 0$
- $(a^m)^n=a^{mn}$
- $(ab)^n=a^nb^n$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n},\ b\neq 0$
- $a^0=1,\ a\neq 0$
- $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$

اللوغاريتمات

- $\log_a(xy)=\log_a x+\log_a y$
- $\log_a\left(\frac{x}{y}\right)=\log_a x-\log_a y$
- $\log_a(x^n)=r\log_a x$
- $\log_a a=1,\ \log_a 1=0$

3 الجبر والمعادلات

حل المعادلات الخطية

$$ax+b=0\Rightarrow x=-\frac{b}{a},\ a\neq 0$$

حل المعادلات التربيعية

$$ax^2+bx+c=0,\ a\neq 0$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

حيث $\Delta=b^2-4ac$

تحليل ثلاثي الحدود

$$x^2+bx+c=(x+m)(x+n)$$

$$m+n=b,\ mn=c$$

4 الدوال والتمثيل البياني

خواص الدوال

- (Domain) مجال الدالة
- (Range) (Range)
- الدالة زوجية $f(-x)=f(x)$
- الدالة فردية $f(-x)=-f(x)$

الميل والمقطع

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

معادلة المستقيم

$$y-y_1=m(x-x_1)$$

أنواع الدوال الشائعة

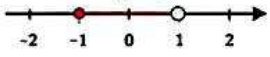
- $f(x)=mx+b$
- دالة تربيعية $f(x)=ax^2+bx+c$
- دالة قيمة مطلقة $f(x)=|x|$
- دالة عكسية $f(x)=\frac{1}{x}$

5 المتراجحات

إذا كان $a>b$ فإن:

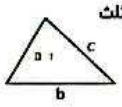
- $a+c>b+c$
- $a-c>b-c$
- $ac>bc\ \ (c>0)$
- $\frac{a}{c}>\frac{b}{c}\ \ (c>0)$
- $ac<bc\ \ (c<0)$
- $\frac{a}{c}<\frac{b}{c}\ \ (c<0)$

حل المتراجحة



6 الهندسة المستوية

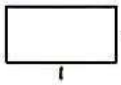
المثلث



المساحة $A=\frac{1}{2}bh$

المحيط $P=a+b+c$

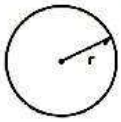
المستطيل



المساحة $A=lw$

المحيط $P=2(l+w)$

الدائرة



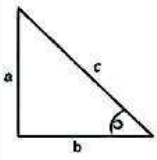
المساحة $A=\pi r^2$

المحيط $C=2\pi r$

طول القوس $s=r\theta$

مساحة القطاع $A=\frac{1}{2}r^2\theta$

7 المثلثات والدوال المثلثية



النسب المثلثية

$\sin\theta=\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$

$\cos\theta=\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

$\tan\theta=\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$

الزوايا الخاصة

الزاوية	sin	cos	tan
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

العلاقات الأساسية

$$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$$

$$1+\tan^2\theta=\sec^2\theta$$

$$1+\cot^2\theta=\csc^2\theta$$

فوانين مهمة

$$\sin(-\theta)=-\sin\theta$$

$$\cos(-\theta)=\cos\theta$$

$$\tan(-\theta)=-\tan\theta$$

8 المتتاليات والمجموعات

المتتاليات الحسابية

- $a_n=a_1+(n-1)d$
- $S_n=\frac{n}{2}[2a_1+(n-1)d]$

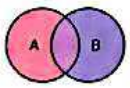
المتتاليات الهندسية

$$a_n=a_1r^{n-1}$$

$$S_n=a_1\frac{1-r^n}{1-r},\ r\neq 1$$

المجموعات

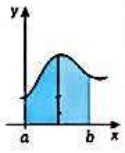
- الاتحاد $A\cup B$
- التقاطع $A\cap B$
- المتممة A^c



9 التفاضل والتكامل (الأساسي)

قواعد الاشتقاق

- $\frac{d}{dx}(c)=0$
- $\frac{d}{dx}(x^n)=nx^{n-1}$
- $\frac{d}{dx}(kf(x))=kf'(x)$
- $\frac{d}{dx}(f(x)+g(x))=f'(x)+g'(x)$



قواعد التكامل

$$\int k\,dx=kx+C$$

$$\int x^n dx=\frac{x^{n+1}}{n+1}+C\quad(n\neq -1)$$

$$\int\frac{1}{x}dx=\ln|x|+C$$

10 فوانين مهمة يجب حفظها

الثوابت الهامة

$\pi\approx 3.1416$

$e\approx 2.7183$

$\sqrt{2}\approx 1.414$

$\sqrt{3}\approx 1.732$

المتوسطات

الحسابي $\bar{x}=\frac{\sum x_i}{n}$

المرجح $\bar{x}=\frac{\sum w_ix_i}{\sum w_i}$

مجموع/فرق المكعبين

$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$$

$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$$

فرق المربعين

$$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$$

هوية (المربع)

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

امسح الكود للحصول علي ملخص القوانين بصيغة PDF

الرياضيات لغة الكون

كل مسألة تُحل تتقلك خطوة نحو النجاح

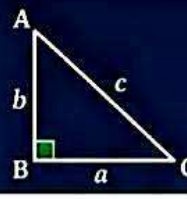
الممارسة هي مفتاح الإتقان

افهم – طبق – راجع – تميز

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

قوانين ونظريات الزوايا المثلثية

دليل شامل لكل القوانين والهويات والنظريات الخاصة بها



في المثلث القائم ABC

$\angle B = 90°$

$AC = c$ (الوتر)

$AB = b$ (المقابل للزاوية A)

$BC = a$ (المجاور للزاوية A)

تعريف

الزوايا المثلثية هي دوال تربط بين زوايا المثلث القائم وأطوال أضلاعه.

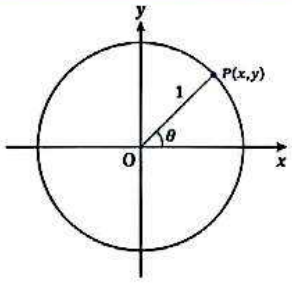
النسب المثلثية الأساسية

التعريف	الرمز	النسبة
$= \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{b}{c}$	$\sin\theta$	جيب الزاوية
$= \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{a}{c}$	$\cos\theta$	جيب التمام
$= \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{b}{a}$	$\tan\theta$	ظل الزاوية
$= \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}} = \frac{a}{b}$	$\cot\theta$	ظل التمام
$= \frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}} = \frac{c}{a}$	$\sec\theta$	قاطع الزاوية
$= \frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}} = \frac{c}{b}$	$\csc\theta$	قاطع التمام

قيم الزوايا الخاصة

θ	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$
$\sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan\theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	غير معرف
$\cot\theta$	غير معرف	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
$\sec\theta$	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	غير معرف
$\csc\theta$	غير معرف	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1

دائرة الوحدة



لدينا نقطة $P(x,y)$ على دائرة الوحدة $(x^2 + y^2 = 1)$

إذن:

$\sin\theta = y$

$\cos\theta = x$

$\tan\theta = \frac{y}{x}$

الهويات المثلثية الأساسية

1 هوية فيثاغورس

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$

$1 + \cot^2\theta = \csc^2\theta$

2 عكس النسب

$\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$

$\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$

$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$

$\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta}$

3 المقلوب بالإشارة

$\sin(-\theta) = -\sin\theta$

$\cos(-\theta) = \cos\theta$

$\tan(-\theta) = -\tan\theta$

$\cot(-\theta) = -\cot\theta$

$\sec(-\theta) = \sec\theta$

$\csc(-\theta) = -\csc\theta$

4 تبديل المتمم

$\sin(90° - \theta) = \cos\theta$

$\cos(90° - \theta) = \sin\theta$

$\tan(90° - \theta) = \cot\theta$

$\cot(90° - \theta) = \tan\theta$

$\sec(90° - \theta) = \csc\theta$

$\csc(90° - \theta) = \sec\theta$

5 جمع الزوايا

$\sin(A + B) = \sin A\cos B + \cos A\sin B$

$\cos(A + B) = \cos A\cos B - \sin A\sin B$

$\tan(A + B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A\tan B}$

6 فرق الزوايا

$\sin(A - B) = \sin A\cos B - \cos A\sin B$

$\cos(A - B) = \cos A\cos B + \sin A\sin B$

$\tan(A - B) = \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A\tan B}$

5 الزاوية المضاعفة

$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$

$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$

$= 1 - 2\sin^2\theta$

$= 2\cos^2\theta - 1$

$\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1 - \tan^2\theta}$

6 نصف الزاوية

$\sin(\frac{\theta}{2}) = \pm\sqrt{\frac{1 - \cos\theta}{2}}$

$\cos(\frac{\theta}{2}) = \pm\sqrt{\frac{1 + \cos\theta}{2}}$

$\tan(\frac{\theta}{2}) = \pm\sqrt{\frac{1 - \cos\theta}{1 + \cos\theta}}$

7 حاصل ضرب إلى مجموع

$\sin A\sin B = \frac{1}{2}[\cos(A - B) - \cos(A + B)]$

$\cos A\cos B = \frac{1}{2}[\cos(A - B) + \cos(A + B)]$

$\sin A\cos B = \frac{1}{2}[\sin(A + B) + \sin(A - B)]$

8 حاصل مجموع إلى ضرب

$\sin A + \sin B = 2\sin(\frac{A+B}{2})\cos(\frac{A-B}{2})$

$\sin A - \sin B = 2\cos(\frac{A+B}{2})\sin(\frac{A-B}{2})$

$\cos A + \cos B = 2\cos(\frac{A+B}{2})\cos(\frac{A-B}{2})$

$\cos A - \cos B = -2\sin(\frac{A+B}{2})\sin(\frac{A-B}{2})$

9 تحويل مجموع المربعين

$\sin^2\theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$

$\cos^2\theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2}$

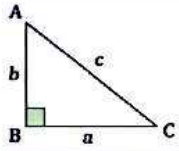
$\tan^2\theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{1 + \cos 2\theta}$

10 تحويل حاصل الضرب

$\sin\theta\cos\theta = \frac{1}{2}\sin 2\theta$

$\sin^2\theta\cos^2\theta = \frac{1}{8}(1 - \cos 4\theta)$

11 هويات المثلث القائم

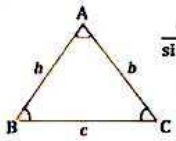


$\sin A = \frac{a}{c}$ ، $\cos A = \frac{b}{c}$ ، $\tan A = \frac{a}{b}$

$\sin C = \frac{b}{c}$ ، $\cos C = \frac{a}{c}$ ، $\tan C = \frac{b}{a}$

$a^2 + b^2 = c^2$

12 قانون الجيب (في أي مثلث)



$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$

حيث R نصف قطر الدائرة المحيطة

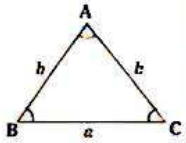
13 قانون جيب التمام

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$

يستخدم لحساب ضلع أو زاوية في أي مثلث.



14 مساحة المثلث

$K = \frac{1}{2}ab\sin C$

$= \frac{1}{2}bc\sin A$

$= \frac{1}{2}ca\sin B$

15 قانون ظل الزاوية (تانجنت)

في أي مثلث ABC.

$\frac{a - b}{a + b} = \frac{\tan\left(\frac{A - B}{2}\right)}{\tan\left(\frac{A + B}{2}\right)}$

16 المعادلات المثلثية

1 المعادلات الأساسية

$\sin\theta = k \rightarrow \theta = \sin^{-1}k + 2n\pi$ أو $\theta = \pi - \sin^{-1}k + 2n\pi$

$\cos\theta = k \rightarrow \theta = \cos^{-1}k + 2n\pi$ أو $\theta = -\cos^{-1}k + 2n\pi$

$\tan\theta = k \rightarrow \theta = \tan^{-1}k + n\pi$

2 معادلات عامة

$a\sin\theta + b\cos\theta = c$

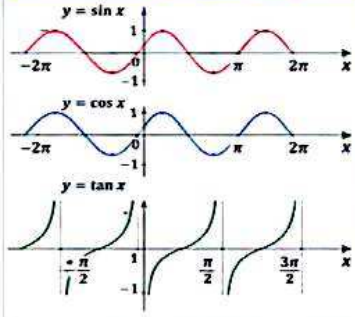
إلى بتحويلها بتحويلها $R\sin(\theta + \alpha) = c$

3 ملاحظات

$n \in Z$ (مجموعة الأعداد الصحيحة)

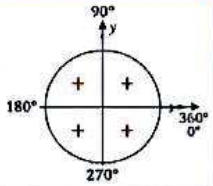
فترة sin هي 2π و tan، π هي 2π

17 الرسوم البيانية للدوال المثلثية



18 إشارة الدوال المثلثية في الأرباع

الربع	$\sin\theta$	$\cos\theta$	$\tan\theta$
$(0° - 90°)$	+	+	+
$(90° - 180°)$	+	−	−
$(180° - 270°)$	−	−	+
$(270° - 360°)$	+	+	−



19 زوايا عامة (الدورة كاملة)

$\sin(\theta + 2k\pi) = \sin\theta$

$\cos(\theta + 2k\pi) = \cos\theta$

$\tan(\theta + k\pi) = \tan\theta$

حيث k عدد صحيح

تقريب الزوايا

$1\text{ rad} = \frac{180°}{\pi} \approx 57.2958°$

$1° = \frac{\pi}{180}\text{ rad} \approx 0.01745\text{ rad}$

امسح الكود لمزيد من الأمثلة والتمارين

معلومة ذهبية

الفهم العميق للهويات المثلثية هو مفتاح حل المسائل المعقدة بسرعة وسهولة.

رموز مهمة

$\pi \approx 3.14159$

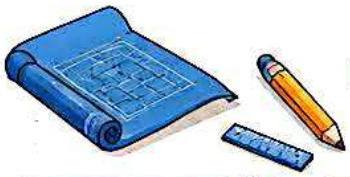
rad: الراديان

$n, k \in Z$

نصائح مهمة

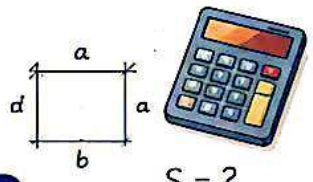
- ✓ احفظ القيم الخاصة أولاً.
- ✓ تدرب على تحويل العبارات بين الصيغ المختلفة.
- ✓ ارسم مثلثاً أو دائرة وحدة لفهم أفضل.

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK



قوانين ونظريات المساحات

دليلك الشامل لفهم وحساب المساحات



مفاهيم أساسية

المساحة:

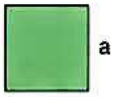
هي مقدار سطح شكل هندسي تقاس بوحدات مربعة مثل: م²، سم²، مم²... الخ

خصائص المساحة:

1. لا تعتمد على الشكل بل على السطح فقط
2. دائما تكون قيمة موجبة
3. تتغير بتغير الأبعاد
4. تخضع لقوانين هندسية ثابتة

أولاً: المساحات الأساسية للأشكال المستوية

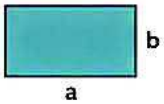
1. المربع



$$S = a^2$$

حيث a = طول الضلع

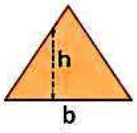
2. المستطيل



$$S = a \times b$$

حيث a = الطول
b = العرض

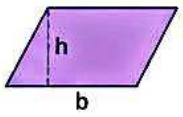
3. المثلث



$$S = \frac{1}{2}\, b \times h$$

حيث b = طول القاعدة
h = الارتفاع

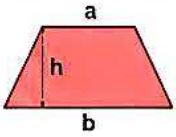
4. متوازي الأضلاع



$$S = b \times h$$

حيث b = طول القاعدة
h = الارتفاع

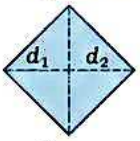
5. شبه المنحرف



$$S = \frac{1}{2}\,(a+b) \times h$$

حيث a, b = القاعدتان
h = الارتفاع

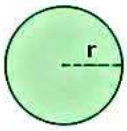
6. المعين



$$S = \frac{1}{2}\, d_1 \times d_2$$

حيث d_1 , d_2 = القطران

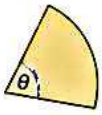
7. الدائرة



$$S = \pi r^2$$

حيث r = نصف القطر
$\pi \approx 3.1416$

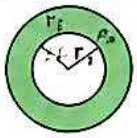
8. القطاع الدائري



$$S = \frac{\theta}{360^\circ}\, \pi r^2$$

حيث θ = الزاوية بالدرجات

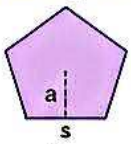
9. الحلقة الدائرية



$$S = \pi\,(r_2^2 - r_1^2)$$

حيث r_2 = نصف القطر الخارجي
حيث r_1 = نصف القطر الداخلي

10. المضلع المنتظم



$$S = \frac{1}{2}\, P \times a$$

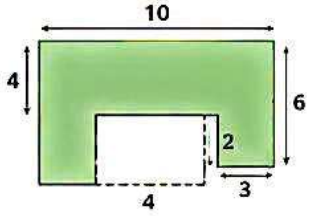
حيث P = المحيط
a طول الأبوط (العمود)

ثالثا: المساحات المركبة

لحساب مساحة شكل مركب:

1. قسم الشكل إلى أشكال بسيطة
2. احسب مساحة كل جزء
3. اجمع المساحات للأجزاء المضافة
4. اطرح المساحات للأجزاء المفرغة

مثال:



المساحة = مساحة المستطيل الكبير - مساحة الفراغ

$= (10 \times 6) - (4 \times 2) =$

$= 52 - 8$ وحدة^2

رابعاً: تحويل الوحدات المربعة

1 م²	←	10,000
1 سم²	←	1001
1 م م²	←	1,000,000
1 كم²	←	1,000,000
1 هكتار م²	←	10,000
1 فدان م²	←	4,200

ملاحظة: عند تحويل الوحدات المربعة
ثربع معامل التحويل الخطي

خامساً: تطبيقات عملية

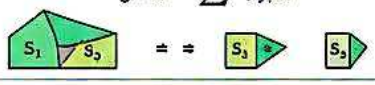
- حساب مساحات الأراضي والمباني
- التصميم المعماري والداخلي
- الهندسة المدنية والطرق
- حساب كميات المواد (دهانات، بلاط...)
- المساحة في الخرائط ونظم المعلومات الجغرافية

ثانياً: نظريات مهمة في المساحات

1 نظرية التقسيم

إذا قُسم شكل إلى أجزاء غير متداخلة فإن:

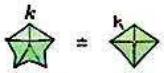
$$S_{\text{الشكل}} = \sum S_{\text{الأجزاء}}$$



2 نظرية التشابه

إذا تشابه شكلان بنسبة خطية k فإن:

$$\frac{S_2}{S_1} = k^2$$



3 نظرية الإحداثيات (المضلع)

$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \ldots (x_n, y_1), \ldots, (x_n, y_n)$

مساحة تُحسب بـ:

$$S = \frac{1}{2} \left| \sum_{i=1}^{n} (x_i\, y_{i+1} - x_{i+1}\, y_i) \right|$$

حيث $(x_{n+1}, y_{n+1}) = (x_1, y_1)$

4 نظرية بافاغورس (المنشات)

في المثلث القائم:

$$S = \frac{1}{2}\,(a \times b)$$

حيث a, b هما الضلعان

نصائح مهمة

- من توحيد الوحدات قبل الحساب
- ارسم شكلا تخطيطيًا مبسطا قبل البدء
- افحص الإجابة لتكون منطقية
- تذكر: الدقة في القياس = دقة في النتيجة

امسح الكود لمزيد من الشروحات والأمثلة التفاعلية

> "الهندسة لغة الكون، والمساحة هي أساس كل تصميم وإبداع"

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

طرق عمل الـ Interpolation

تقديم القيم بين نقاط معلومة

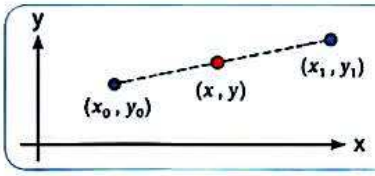
ما هو الـ Interpolation ؟

هو عملية رياضية تُستخدم لتقدير قيمة مجهولة تقع بين قيمتين أو أكثر معلومتين بناء على دالة أو نموذج رياضي يمر بهذه النقاط.

أين يُستخدم ؟

- الهندسة المدنية والمساحة
- تحليل البيانات والعلوم
- الرسوم الحاسوبية والخرائط
- التحكم والذكاء الاصطناعي

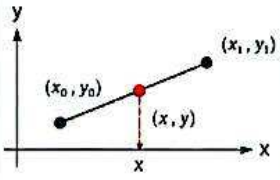
لدينا لقيمتان معلومتان ونريد إيجاد القيمة (y) عند أي (x) بينهما.



الطرق الشائعة لعمل الـ Interpolation

1 الاستيفاء الخطي (Linear Interpolation)

أبسط طريقة، تفترض أن العلاقة بين النقطتين خط مستقيم.



الصيغة :

$$y = y_0 + \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}(x - x_0)$$

الخطوات :

1. تأكد أن $x_0 \le x \le x_1$
2. عوّض القيم في المعادلة.
3. احسب القيمة y المطلوبة.

مثال سريع

إذا كان $(x_0, y_0) = (2, 10)$

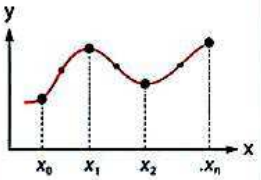
و $(x_1, y_1) = (6, 22)$

أوجد عند $x = 4$

$$y = 10 + \frac{22 - 10}{6 - 2}(4 - 2)$$
$$= 10 + \frac{12}{4}(2)$$
$$= 10 + 6 = 16$$

2 استيفاء متعدد الحدود (Newton's Interpolation)

يستخدم أكثر من نقطتين، يعتمد على تعدد الحدود (بولينوم).



الصيغة العامة :

$$P_n(x) = f[x_0] + f[x_0, x_1](x - x_0) + f[x_0, x_1, x_2](x - x_0)(x - x_1) + \dots + f[x_0, \dots, x_n](x - x_0)\dots(x - x_{n-1})$$

الخطوات :

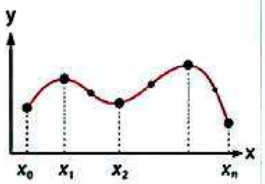
1. رتب النقاط حسب قيم x.
2. أنشئ جدول الفروق المقسمة.
3. كوّن حدود كثيرة الحدود.
4. عوّض x المطلوب لإيجاد y.

ملاحظة

كلما زادت عدد النقاط زادت دقة الاستيفاء، لكن قد يحدث تذبذب في الأطراف (Runge's Phenomenon).

3 استيفاء لاغرانج (Lagrange Interpolation)

يستخدم أكثر من نقطتين، يعتمد على كثيرات الحدود الأساسية لاغرانج.



الصيغة العامة :

$$P_n(x) = \sum_{i=0}^{n} y_i \; L_i(x)$$

حيث أن:

$$L_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

الخطوات :

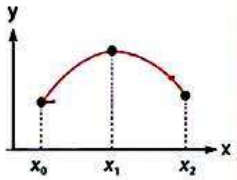
1. اكتب قيم x_i, y_i للنقاط المعطاة.
2. احسب $L_i(x)$ لكل نقطة.
3. كوّن $P_n(x)$ من المعادلة.
4. عوّض x المطلوب لإيجاد y.

مميزاته

- يعطي نتيجة دقيقة لأي عدد نقاط.
- مناسب للحساب اليدوي والبرمجي.

4 الاستيفاء التربيعي (Quadratic Interpolation)

استخدم ثلاث زوج مرتب، ينتج كثير حدود من الدرجة الثانية.



الصيغة العامة :

$$y = ax^2 + bx + c$$

يتم إيجاد a, b, c باستخدام النقاط الثلاث.

الخطوات :

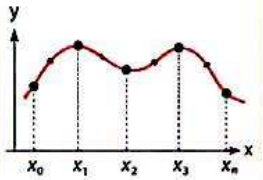
1. اختر ثلاث زوج مرتب $(x_0, y_0), (x_1, y_1), (x_2, y_2)$
2. عوّض في المعادلة لإيجاد a, b, c
3. كوّن المعادلة التربيعية.
4. عوّض x المطلوب لإيجاد y.

ملاحظة

مفيدة عندما تكون البيانات محلية ولا تحتاج أكثر من درجة ثانية.

5 الاستيفاء التجزيئي (Spline Interpolation)

يقسم المجال إلى مقاطع صغيرة ويستخدم كثيرات حدود لكل مقطع مع ضمان الاستمرارية.



الخطوات العامة :

1. قسم المجال إلى مقاطع.
2. أختر نوع السبلين ثخطي، تربيعي، تكعيبي...).
3. جدد الشروط على العقد (الاستمرارية).
4. كوّن كثيرات الحدود لكل مقطع.
5. عوّض x في المقطع المناسب.

مميزاته

- دقة عالية وسلاسة ممتازة.
- مفيد للبيانات المعقدة والمنحنيات الطبيعية.

مقارنة سريعة

الطريقة	عدد النقاط	درجة كثير الحدود	الدقة	سهولة الاستخدام
الخطي	2	1	متوسطة	سهل جداً
التربيعي	3	2	جيدة	سهل
لاغرانج	≥ 2	n	جيدة إلى عالية	متوسط
نيوتن	≥ 2	n	عالية	متوسط
السبلاين	≥ 2	قطعية	غالية جداً	متوسط

ادوات مفيدة

- Excel : دوال (FORECAST.LINEAR)
- Python : numpy.interp(), scipy.interpolate
- MATLAB : interp1(), spline()
- GeoGebra / Wolfram Alpha

نصائح مهمة

- تأكد أن x المطلوب داخل نطاق البيانات.
- كلما كانت النقاط أكثر انتظاماً كانت النتيجة أدق.
- تجنب الاستيفاء بدرجة عالية جداً مع عدد نقاط قليل.
- استخدم أدوات برمجيّة للتحقق والمقارنة.

قاعدة ذهبية

جودة الاستيفاء تعتمد على جودة البيانات واختيار الطريقة المناسبة.

تذكر دائماً

الاستيفاء يقدر، ولا يغني عن القياس الدقيق.

D.M.RAZK موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

قوانين ونظريات المساحات

دليلك الشامل لفهم وحساب المساحات

وحدات المساحة

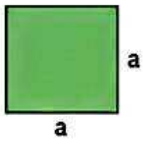
- 1م² = 100 = مم²
- م² = 10,000 سـم²
- كم² = 1,000,000 مم²
- 1 هكتار = 10,000 مم²
- 1 فدان ≈ 4,200 سم²

مفاهيم أساسية

- **المساحة:** هي مقدار سطح شكل هندسي وتقاس بوحدات مربعة مثل (سم²، م² ... الخ)
- **خصائص المساحة:**
  1. لا تعتمد على الشكل بل على السطح فقط.
  2. دائمًا تكون قيمة موجبة.
  3. تتغير بتغير الأبعاد.
  4. تخضع لقوانين هندسية ثابتة.

أولاً: المساحات الأساسية للأشكال المستوية

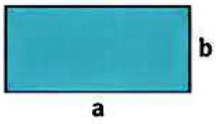
1. المربع



$$S = a^2$$

حيث a = طول الضلع

2. المستطيل



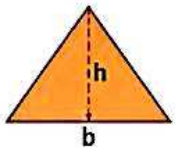
$$S = a \times b$$

حيث

a = الطول

b = العرض

3. المثلث



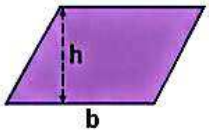
$$S = \frac{1}{2}\, b \times h$$

حيث

b = طول القاعدة

h = الارتفاع

4. متوازي الأضلاع



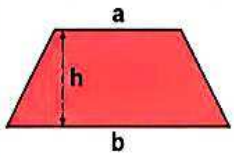
$$S = b \times h$$

حيث

b = طول القاعدة

h = الارتفاع

5. شبه المنحرف



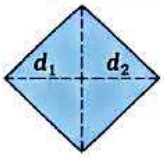
$$S = \frac{1}{2}\,(a + b) \times h$$

حيث

a ، b القاعدتان

h = الارتفاع

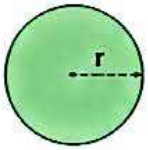
6. المعين



$$S = \frac{1}{2}\, d_1 \times d_2$$

حيث d_1 ، d_2 = القطران

7. الدائرة

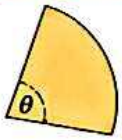


$$S = \pi\, r^2$$

حيث r = نصف القطر

$\pi \approx 3.1416$

8. القطاع الدائري



$$S = \frac{\theta}{360^\circ}\, \pi\, r^2$$

حيث θ = الزاوية بالدرجات

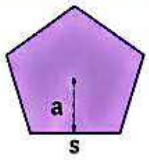
9. الحلقة الدائرية

$$S = \pi\,(r_2^2 - r_1^2)$$

حيث r_2 = نصف القطر الخارجي

حيث r_1 = نصف القطر الداخلي

10. المضلع المنتظم



$$S = \frac{1}{2}\, P \times a$$

حيث P = المحيط

a = طول الأبوط (العمود)

رابعاً: تحويل الوحدات المربعة

1 مم²	←	0,000001
1 سم²	←	0,0001
1 م²	←	1 م٠
1 كم²	←	1,000,000
1 هكتار²	←	10,000
1 فدان²	←	4,200

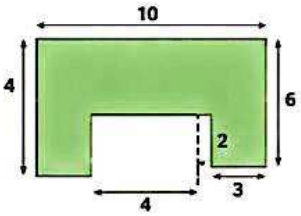
ملاحظة: عند تحويل الوحدات المربعة نربع معامل التحويل الخطي

ثالثاً: المساحات المركبة

لحساب مساحة شكل مركب:

1. قسم الشكل إلى أشكال بسيطة.
2. احسب مساحة كل جزء.
3. اجمع المساحات للأجزاء المضافة.
4. اطرح المساحات للأجزاء المفرغة (إن وجدت).

مثال:



المساحة = مساحة المستطيل الكبير − مساحة الفراغ

$= (10 \times 6) - (4 \times 2)$

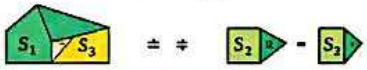
$= 52 - 8$ وحدة²

ثانياً: نظريات مهمة في المساحات

نظرية التقسيم

إذا قُسم شكل إلى أجزاء غير متداخلة فإن:

$$S_{\text{الشكل}} = \sum S_{\text{الأجزاء}}$$



نظرية التشابه

إذا تشابه شكلان بنسبة خطية k فإن:

$$\frac{S_2}{S_1} = k^2$$

نظرية الإحداثيات (المضلع)

لأي مضلع رؤوسه مرتبة (x_1, y_1)، ... بالترتيب:

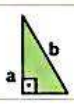
مساحته تُحسب من المعادلة:

$$S = \frac{1}{2}\left|\sum_{i=1}^{n} (x_i\, y_{i+1} - x_{i+1}\, y_i)\right|$$

حيث $(x_{n+1}, y_{n+1}) = (x_1, y_1)$

نظرية بافاغورس (للمثلثات)

في المثلث القائم.



$$S = \frac{1}{2}\,(a \times b)$$

خامساً: تطبيقات عملية

- حساب مساحات الأراضي والمباني
- التصميم المعماري والداخلي
- الهندسة المدنية والطرق
- حساب كميات المواد (دهانات، بلاط...)
- المساحة في الخرائط ونظم المعلومات الجغرافية

> الهندسة لغة الكون، والمساحة هي أساس كل تصميم وإبداع

- ✓ رسم شكلا تخطيطيا بسطا قبل البدء
- ✓ حدد الأبعاد والوحدات بدقة
- ✓ تأكد من الوحدة النهائية للمساحة
- ✓ تحقق من الحسابات دائما

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

قوانين رياضية هامة

ملخص شامل لأهم القوانين في الرياضيات

1 الجبر

قوانين الأسس

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$(ab)^n = a^n b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, \quad b \neq 0$$

تحليل كثيرات الحدود

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2)$$

2 المعادلات

المعادلة التربيعية

$$ax^2 + bx + c = 0$$

الحل:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$a \neq 0$$

المعادلة من الدرجة الأولى

$$ax + b = 0$$

$$x = -\frac{b}{a}, \quad a \neq 0$$

نظام معادلتين خطيتين

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y = c_1 \\ a_2 x + b_2 y = c_2 \end{cases}$$

$$\Delta = a_1 b_2 - a_2 b_1$$

$$x = \frac{c_1 b_2 - c_2 b_1}{\Delta}, y = \frac{a_1 c_2 - a_2 c_1}{\Delta}, \Delta \neq 0$$

3 الدوال

خواص الدوال

$$f(x) + g(x) = (f+g)(x)$$

$$f(x) - g(x) = (f-g)(x)$$

$$f(x) \cdot g(x) = (fg)(x)$$

$$\frac{f(x)}{g(x)} = \left(\frac{f}{g}\right)(x), g(x) \neq 0$$

المشتقات الأساسية

$$(c)' = 0$$

$$(x)' = 1$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

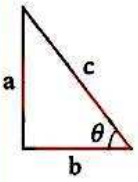
$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}, \quad x > 0$$

4 المثلثات

النسب المثلثية



$$\sin\theta = \frac{a}{c}$$

$$\cos\theta = \frac{b}{c}$$

$$\tan\theta = \frac{a}{b}$$

$$\cot\theta = \frac{b}{a}$$

$$\sec\theta = \frac{c}{b}$$

$$\csc\theta = \frac{c}{a}$$

هويات مهمة

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

$$1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$$

$$1 + \cot^2\theta = \csc^2\theta$$

$$\sin(90° - \theta) = \cos\theta$$

$$\cos(90° - \theta) = \sin\theta$$

$$\tan(90° - \theta) = \cot\theta$$

5 المتتابعات والمتسلسلات

المتتابعة الحسابية

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$$

المتتابعة الهندسية

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$S_n = a_1 \frac{1-r^n}{1-r}, \quad r \neq 1$$

$$S_\infty = \frac{a_1}{1-r}, \quad |r| < 1$$

6 التفاضل والتكامل

قوانين المشتقات

$$(u+v)' = u' + v'$$

$$(u-v)' = u' - v'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}, \quad v \neq 0$$

$$(f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$$

التكاملات الأساسية

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$$

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$\int \sin x \, dx = -\cos x + C$$

$$\int \cos x \, dx = \sin x + C$$

7 الهندسة التحليلية

المسافة بين نقطتين

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

منتصف قطعة مستقيمة

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

معادلة المستقيم

- الميل والمقطع: $y = mx + b$
- من نقطتين:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

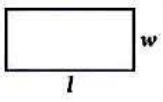
8 الهندسة (الأشكال الهندسية)

الدائرة

المحيط $C = 2\pi r$

المساحة $A = \pi r^2$

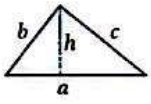
المستطيل



المحيط $P = 2(l + w)$

المساحة $A = lw$

المثلث

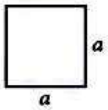


المساحة $A = \frac{1}{2}bh$

هيرون $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$$s = \frac{a+b+c}{2}$$

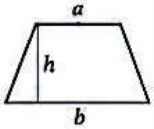
المربع



المحيط $P = 4a$

المساحة $A = a^2$

شبه المنحرف



المساحة $A = \frac{(a+b)}{2}h$

9 لوغاريتمات

- $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a(x^n) = n\log_a x$
- $\log_a a = 1, \quad \log_a 1 = 0$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

(تغيير الأساس)

- الجبر والدوال
- المثلثات والهندسة
- التحليل والتكامل
- المتسلسلات واللوغاريتمات

الرياضيات مفتاح العلم والهندسة

تذكر

- الفهم أهم من الحفظ.
- تدرب باستمرار.
- الرياضيات لغة التفكير.

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

موقع الدكتور محمد رزق التعليمي

امسح الباركود بالموبيل لتثبيت التطبيق وتحميل كل الملازم مجانا وبسرعه

MR

حمل التطبيق الأن

GET IT ON Google Play

ملازم ابتدائي | ملازم اعدادي | ملازم ثانـــوي | كورسات ونتائج امتحانات

موقع الدكتور محمد رزق
Dr.MoRizK